# SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

## ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

La ecuación $ax+by=c$ es una ecuación lineal con dos incógnitas.
Las incógnitas son *x* e *y*, *a* y *b* son los coeficientes de las incógnitas y *c*, el término independiente.

El término "lineal" se refiere a que la ecuación es de primer grado, es decir, los exponentes de las incógnitas son unos.
Cada par de valores $(x, y)$ que verifique la ecuación es una solución particular de la ecuación.

La ecuación $ax+by=c$ tiene infinitas soluciones

EJEMPLO 1
La ecuación $2x+3y=5$ es una ecuación lineal con dos incógnitas.

El par $(-2, 3)$ es una solución del sistema, es decir, la solución es $\begin{cases} x=-2 \\ y=\ \ 3 \end{cases}$

Efectivamente, sustituyendo en la ecuación los valores de x e y se verifica la ecuación.

$$2\cdot(-2)+3\cdot 3=-4+9=5$$

EJERCICIO 1
Comprueba que $(4,-1)$, $(-5, 6)$ y $(1,1)$ son otras soluciones particulares de la ecuación anterior.

## SISTEMAS DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

Un **sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** $x$ e $y$ es de la forma

$$\left.\begin{aligned} ax + by &= c \\ a'x + b'y &= c' \end{aligned}\right\}$$

Una solución de un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas es un par valores $(x, y)$ que verifican las dos ecuaciones.

Dos sistemas son equivalentes si tienen las mismas soluciones.

EJEMPLO 2

Comprueba que $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ es una solución del sistema $\left.\begin{aligned} 4x + y &= 11 \\ 7x - 6y &= -4 \end{aligned}\right\}$

Comprobación

$$\begin{cases} 4 \cdot 2 + 3 = 8 + 3 = 11 \\ 7 \cdot 2 - 6 \cdot 3 = 14 - 18 = -4 \end{cases}$$

EJERCICIO 2

Estudia si alguno de los puntos A(3, 2), B(–3, –1), C(1, 4) o D(2, 1) es solución del sistema

$$\left.\begin{aligned} 2x - 5y &= -1 \\ 3x + y &= 7 \end{aligned}\right\}$$

$$\text{MÉTODOS DE RESOLUCIÓN} \begin{cases} \text{SUSTITUCIÓN} \\ \text{IGUALACIÓN} \\ \text{REDUCCIÓN} \end{cases}$$

## MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

1) Se despeja una de las incógnitas de una de las ecuaciones.
2) La expresión obtenida se sustituye en la otra ecuación.
3) Se resuelve la ecuación resultante y se obtiene el valor de la incógnita.
4) El valor de la incógnita obtenido se sustituye en la expresión donde se tenía despejada la otra incógnita o en una cualquiera de las dos ecuaciones y se obtiene el valor de la misma.

Se resuelven fácilmente por el método de sustitución los sistemas en los que una de las incógnitas ya está despejada o es muy fácil de despejar en una de las ecuaciones. Será fácil de despejar si hay una incógnita que tenga coeficiente 1 o –1, ya que al despejarla no nos saldrán denominadores y la ecuación resultante, al realizar la sustitución, será una ecuación sin denominadores.

Si el valor de la primera incógnita obtenida es un número fraccionario, puede ser más recomendable, para obtener la otra incógnita, sustituir el valor de la incógnita obtenida en una cualquiera de las dos ecuaciones en lugar de hacerlo en el despeje de la incógnita que nos queda por determinar.

EJEMPLOS

Resuelve por el método de sustitución los siguientes sistemas:

a) $\left.\begin{aligned} 3x+5y&=3 \\ 2x-y&=-11 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} 7x+4y&=13 \\ -2x+5y&=-16 \end{aligned}\right\}$ c) $\left.\begin{aligned} 5x+14y&=2 \\ 3x+2y&=2 \end{aligned}\right\}$

## EJEMPLO 3

Resuelve por el método de sustitución el sistema $\left.\begin{array}{r} 3x+5y=3 \\ 2x-y=-11 \end{array}\right\}$

## EJEMPLO 3

Resuelve por el método de sustitución el sistema $\left.\begin{array}{r} 3x+5y=3 \\ 2x-y=-11 \end{array}\right\}$

Despejamos la incógnita *y* de la segunda ecuación por ser su coeficiente –1 y al despejar no nos saldrán denominadores.

$$2x-y=-11$$
$$-y=-2x-11$$

Cambiamos de signo los dos miembros (multiplicamos por –1 los dos miembros)

$$y=2x+11$$

Sustituimos *y* en la primera ecuación

$$3x+5\left(2x+11\right)=3$$
$$3x+10x+55=3$$
$$3x+10x=3-55$$
$$13x=-52$$
$$x=-\frac{52}{13}$$
$$x=-4$$

Calculamos la otra incógnita sustituyendo el valor de *x* obtenido en la expresión despejada de *y*

$$y=2x+11$$
$$y=2\cdot\left(-4\right)+11$$
$$y=-8+11$$
$$y=3$$

<u>Solución</u>

$$\boxed{\begin{array}{l} x=-4 \\ y=\ \ 3 \end{array}}$$

Comprobación

$$\begin{array}{l} 3\cdot\left(-4\right)+5\cdot 3=-12+15=3 \\ 2\cdot\left(-4\right)-3=-8-3=-11 \end{array} \qquad \text{c.q.c.}$$

## EJEMPLO 4

Resuelve por el método de sustitución el sistema $\left.\begin{array}{r} 7x+4y=\ \ 13 \\ -2x+5y=-16 \end{array}\right\}$

## EJEMPLO 4

Resuelve por el método de sustitución el sistema $\left.\begin{array}{r} 7x+4y=\ \ 13 \\ -2x+5y=-16 \end{array}\right\}$

Despejamos la incógnita $y$ de la primera ecuación

$$7x+4y=13$$
$$4y=13-7x$$
$$y=\frac{13-7x}{4}$$

Sustituimos $y$ en la segunda ecuación

$$-2x+5\cdot\frac{13-7x}{4}=-16$$
$$-2x+\frac{5(13-7x)}{4}=-16$$

Quitamos el denominador multiplicando los dos miembros de la ecuación por 4

$$-8x+5(13-7x)=-64$$
$$-8x+65-35x=-64$$
$$-8x-35x=-64-65$$
$$-43x=-129$$

$$43x=129$$
$$x=\frac{129}{43}$$
$$x=3$$

Calculamos la otra incógnita sustituyendo el valor de $x$ obtenido en la expresión despejada de $y$

$$y=\frac{13-7x}{4}$$
$$y=\frac{13-7\cdot 3}{4}$$
$$y=\frac{13-21}{4}$$

$$y=\frac{-8}{4}$$
$$y=-2$$

<u>Solución</u>

$$\begin{array}{l} x=\ \ 3 \\ y=-2 \end{array}$$

Comprobación

$$7\cdot 3+4\cdot(-2)=21-8=13$$
$$-2\cdot 3+5\cdot(-2)=-6-10=-16$$

c.q.c.

## EJEMPLO 5

Resuelve por el método de sustitución el sistema $\left.\begin{array}{l} 5x+14y=2 \\ 3x+\ \ 2y=2 \end{array}\right\}$

## EJEMPLO 5

Resuelve por el método de sustitución el sistema $\left.\begin{array}{l}5x+14y=2\\3x+\ \ 2y=2\end{array}\right\}$

Despejamos la incógnita $y$ de la segunda ecuación

$$3x+2y=2$$
$$2y=2-3x$$
$$y=\frac{2-3x}{2}$$

Sustituimos $y$ en la primera ecuación

$$5x+14\cdot\frac{2-3x}{2}=2$$
$$5x+\frac{14(2-3x)}{2}=2$$

Quitamos el denominador multiplicando los dos miembros de la ecuación por 2

$$10x+14(2-3x)=4$$
$$10x+28-42x=4$$
$$10x-42x=4-28$$
$$-32x=-24$$

$$32x=24$$
$$4x=3$$
$$x=\frac{3}{4}$$

Sustituimos el valor obtenido en la segunda ecuación

$$3\cdot\frac{3}{4}+2y=2$$
$$\frac{9}{4}+2y=2$$

$$9+8y=8$$
$$8y=8-9$$
$$8y=-1$$

$$y=-\frac{1}{8}$$

<u>Solución</u>

$$\boxed{\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{4}\\[2ex] y=-\dfrac{1}{8}\end{array}}$$

Comprobación

$$5\cdot\frac{3}{4}+14\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)=\frac{15}{4}-\frac{14}{8}=\frac{15}{4}-\frac{7}{4}=\frac{8}{4}=2$$
$$3\cdot\frac{3}{4}+2\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)=\frac{9}{4}-\frac{2}{8}=\frac{9}{4}-\frac{1}{4}=\frac{8}{4}=2$$

c.q.c.

También podíamos haber obtenido el valor de la *y* sustituyendo el valor de la *x* en la expresión donde teníamos despejada la *y*.

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{3}{4} \\[2ex] y = \dfrac{2-3x}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad y = \frac{2-3\cdot\frac{3}{4}}{2} = \frac{2-\frac{9}{4}}{2} = \frac{-\frac{1}{4}}{2} = -\frac{1}{8}$$

## MÉTODO DE IGUALACIÓN

1) Se despeja una de las incógnitas de las dos ecuaciones.
2) Se igualan las expresiones obtenidas.
3) Se resuelve la ecuación resultante y se obtiene el valor de la incógnita.
4) El valor de la incógnita obtenido se sustituye en una de las expresiones donde se tenía despejada la otra incógnita y se obtiene el valor de la misma.

EJEMPLOS

Resuelve por el método de igualación los siguientes sistemas:

a) $\left.\begin{array}{r} -9x+4y=11 \\ 6x+5y=-38 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 3x+2y=-11 \\ x-3y=-33 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} 6x+15y=2 \\ 4x-3y=-3 \end{array}\right\}$

## EJEMPLO 6

Resuelve por el método de igualación el sistema $\left.\begin{array}{r} -9x+4y=\phantom{-}11 \\ 6x+5y=-38 \end{array}\right\}$

## EJEMPLO 6

Resuelve por el método de igualación el sistema $\left.\begin{array}{r}-9x+4y=11\\ 6x+5y=-38\end{array}\right\}$

Despejamos *y* de las dos ecuaciones

$$\begin{aligned}-9x+4y&=11\\ 4y&=9x+11\\ y&=\frac{9x+11}{4}\end{aligned}\qquad\qquad\begin{aligned}6x+5y&=-38\\ 5y&=-6x-38\\ y&=\frac{-6x-38}{5}\end{aligned}$$

Igualamos las expresiones obtenidas

$$\frac{9x+11}{4}=\frac{-6x-38}{5}$$

Quitamos denominadores y resolvemos la ecuación

$$\text{m.c.m.}(4,5)=20$$

$$\begin{aligned}5(9x+11)&=4(-6x-38)\\ 45x+55&=-24x-152\\ 45x+24x&=-55-152\end{aligned}\qquad\qquad\begin{aligned}69x&=-207\\ x&=-\frac{207}{69}\\ x&=-3\end{aligned}$$

Calculamos la otra incógnita en uno cualquiera de los dos despejes realizados

$$y=\frac{9x+11}{4}$$

$$y=\frac{9(-3)+11}{4}=\frac{-27+11}{4}=\frac{-16}{4}=-4$$

<u>Solución</u>

$$\boxed{\begin{aligned}x&=-3\\ y&=-4\end{aligned}}$$

Comprobación

$$\begin{aligned}-9\cdot(-3)+4\cdot(-4)&=27-16=11\\ 6\cdot(-3)+5\cdot(-4)&=-18-20=-38\end{aligned}\qquad \text{c.q.c.}$$

## EJEMPLO 7

Resuelve por el método de igualación el sistema $\left.\begin{array}{r} 3x+2y=-11 \\ x-3y=-33 \end{array}\right\}$

## EJEMPLO 7

Resuelve por el método de igualación el sistema $\left.\begin{array}{r}3x+2y=-11\\ x-3y=-33\end{array}\right\}$

Despejamos *x* de las dos ecuaciones

$$3x+2y=-11 \qquad 3x=-2y-11 \qquad x=\frac{-2y-11}{3}$$

$$x-3y=-33 \qquad x=3y-33$$

Igualamos las expresiones obtenidas

$$3y-33=\frac{-2y-11}{3}$$

Resolvemos la ecuación

$$3(3y-33)=-2y-11$$
$$9y-99=-2y-11$$
$$9y+2y=99-11$$

$$11y=88$$
$$y=\frac{88}{11}$$
$$y=8$$

Calculamos la otra incógnita en uno cualquiera de los dos despejes realizados

$$x=3y-33$$
$$x=3\cdot 8-33=24-33=-9$$

<u>Solución</u>

$$\boxed{\begin{array}{l}x=-9\\ y=\ \ \,8\end{array}}$$

Comprobación

$$3\cdot(-9)+2\cdot 8=-27+16=-11$$
$$-9-3\cdot 8=-9-24=-33$$

c.q.c.

## EJEMPLO 8

Resuelve por el método de igualación el sistema $\left.\begin{array}{l} 6x+15y=\ \ 2 \\ 4x-\ \ 3y=-3 \end{array}\right\}$

## EJEMPLO 8

Resuelve por el método de igualación el sistema $\left.\begin{array}{r} 6x+15y=\ \ 2 \\ 4x-\ \ 3y=-3 \end{array}\right\}$

Despejamos *x* de las dos ecuaciones

$$\begin{array}{c} 6x+15y=2 \\ 6x=2-15y \\ x=\dfrac{2-15y}{6} \end{array} \qquad \begin{array}{c} 4x-3y=-3 \\ 4x=3y-3 \\ x=\dfrac{3y-3}{4} \end{array}$$

Igualamos las expresiones obtenidas

$$\frac{3y-3}{4}=\frac{2-15y}{6}$$

Quitamos denominadores y resolvemos

$$\text{m.c.m.}(4,6)=12$$

Resolvemos la ecuación

$$\begin{array}{c} 3(3y-3)=2(2-15y) \\ 9y-9=4-30y \\ 9y+30y=4+9 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 39y=13 \\ 3y=1 \\ y=\dfrac{1}{3} \end{array}$$

Calculamos la otra incógnita sustituyendo el valor obtenido de la *y* en la segunda ecuación

$$\begin{array}{c} 4x-3\cdot\dfrac{1}{3}=-3 \\ 4x-1=-3 \\ 4x=1-3 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 4x=-2 \\ 2x=-1 \\ x=-\dfrac{1}{2} \end{array}$$

<u>Solución</u>

$$\boxed{\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{2} \\ y=\ \ \dfrac{1}{3} \end{array}}$$

Comprobación

$$6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+15\cdot\frac{1}{3}=-\frac{6}{2}+\frac{15}{3}=-3+5=2$$

$$4\left(-\frac{1}{2}\right)-3\cdot\frac{1}{3}=-\frac{4}{2}-\frac{3}{3}=-2-1=-3$$

c.q.c.

También podíamos haber obtenido el valor de la *x* sustituyendo el valor de la *y* en alguna de las expresiones donde teníamos despejada la *x*

$$\left.\begin{array}{l} y=\dfrac{1}{3} \\ x=\dfrac{3y-3}{4} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad x=\frac{3\cdot\frac{1}{3}-3}{4}=\frac{1-3}{4}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$$

## MÉTODO DE REDUCCIÓN

1) Se multiplican las ecuaciones por unos números apropiados para que los coeficientes de una de las incógnitas sean opuestos.
2) Se suman miembro a miembro las dos ecuaciones eliminándose la incógnita cuyos coeficientes son opuestos.
3) Se resuelve la ecuación resultante y se obtiene el valor de la incógnita.
4) El valor de la otra incógnita se obtiene sustituyendo el valor de la incógnita obtenida en una cualquiera de las dos ecuaciones y resolviendo la ecuación resultante.

Decide la incógnita que quieres eliminar. Si los coeficientes tienen el mismo signo, tendrás que multiplicar una de ellas por un número negativo para que cambie de signo. Si tienen distinto signo, los factores por los que tendrás que multiplicar serán positivos. Para averiguar por qué número debes multiplicar, calcula el m.c.m. de los valores absolutos de los coeficientes de la incógnita a eliminar. Divide el m.c.m. entre el valor absoluto del coeficiente de la incógnita y ese es el número por el que hay que multiplicar la ecuación si no quieres que el término cambie de signo, o por su opuesto si quieres que cambie de signo.

EJEMPLOS

Resuelve por el método de reducción los siguientes sistemas:

a) $\left.\begin{array}{l} 4x+9y=-6 \\ 6x-5y=28 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} 3x-5y=-21 \\ 7x-4y=\ \ 20 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} 2x+15y=\ \ 5 \\ 14x-\ \ 9y=16 \end{array}\right\}$

## EJEMPLO 9

Resuelve por el método de reducción el sistema $\left.\begin{array}{l} 4x+9y=-6 \\ 6x-5y=28 \end{array}\right\}$

## EJEMPLO 9

Resuelve por el método de reducción el sistema $\left.\begin{array}{l}4x+9y=-6\\6x-5y=28\end{array}\right\}$

Eliminemos $x$

$$\text{m.c.m.}(4,6)=12$$

$$12:4=3 \quad \text{y} \quad 12:6=2$$

Multiplicamos la primera ecuación por 3 y la segunda por –2 para que esta última cambie de signo, y sumamos las ecuaciones miembro a miembro

$$\left.\begin{array}{l}4x+9y=-6\\6x-5y=28\end{array}\right\}\begin{array}{l}\cdot 3\\ \cdot(-2)\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r}\cancel{12x}+27y=-18\\-\cancel{12x}+10y=-56\end{array}\right\}$$

$$37y=-74$$

$$y=-\frac{74}{37}$$

$$y=-2$$

Para obtener la $x$ sustituimos el valor obtenido de la $y$ en la primera ecuación

$$4x+9(-2)=-6$$

$$4x-18=-6$$

$$4x=18-6$$

$$4x=12$$

$$x=3$$

Solución

$$\boxed{\begin{array}{l}x=\ \ 3\\y=-2\end{array}}$$

Comprobación

$$\begin{array}{l}4\cdot3+9\cdot(-2)=12-18=-6\\6\cdot3-5\cdot(-2)=18+10=28\end{array} \qquad \text{c.q.c.}$$

## EJEMPLO 10

Resuelve por el método de reducción el sistema $\left.\begin{array}{l} 3x-5y=-21 \\ 7x-4y=\;\;20 \end{array}\right\}$

## EJEMPLO 10

Resuelve por el método de reducción el sistema $\left.\begin{aligned}3x-5y&=-21\\7x-4y&=\ \ 20\end{aligned}\right\}$

Eliminemos $y$

$$\text{m.c.m.}(5,4)=20$$

$$20:5=4 \quad \text{y} \quad 20:4=5$$

Multiplicamos la primera ecuación por –4 y la segunda por 5

$$\left.\begin{aligned}3x-5y&=-21\\7x-4y&=\ \ 20\end{aligned}\right\}\begin{aligned}&\cdot(-4)\\&\cdot 5\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned}-12x+\cancel{20y}&=\ \ 84\\35x-\cancel{20y}&=100\end{aligned}\right\}$$

$$23x \qquad =184$$

$$x=\frac{184}{23}$$

$$x=8$$

Para obtener $y$ sustituimos el valor obtenido de $x$ en la primera ecuación

$$3\cdot 8-5y=-21$$

$$24-5y=-21$$

$$24+21=5y$$

$$5y=45$$

$$y=9$$

<u>Solución</u>

$$\boxed{\begin{aligned}x&=8\\y&=9\end{aligned}}$$

Comprobación

$$\begin{aligned}3\cdot 8-5\cdot 9&=24-45=-21\\7\cdot 8-4\cdot 9&=56-36=20\end{aligned} \qquad \text{c.q.c.}$$

## EJEMPLO 11

Resuelve por el método de reducción el sistema $\left.\begin{array}{r} 2x+15y=5 \\ 14x-9y=16 \end{array}\right\}$

## EJEMPLO 11

Resuelve por el método de reducción el sistema $\left.\begin{array}{r} 2x+15y=\ \ 5 \\ 14x-\ \ 9y=16 \end{array}\right\}$

Eliminemos $x$

$$\text{m.c.m.}(2,14)=14$$

Multiplicamos la primera ecuación por 7 y la segunda por –1 para que esta última cambie de signo, y sumamos las ecuaciones miembro a miembro

$$\left.\begin{array}{r} 2x+15y=\ \ 5 \\ 14x-\ \ 9y=16 \end{array}\right\}\begin{array}{l} \cdot 7 \\ \cdot(-1) \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} \cancel{14x}+105y=\ \ 35 \\ -\cancel{14x}+\ \ 9y=-16 \end{array}\right\}$$

$$114y=19$$

$$y=\frac{19}{114}$$

$$y=\frac{1}{6}$$

Para obtener la $x$ sustituimos el valor obtenido de la $y$ en la primera ecuación

$$2x+15\cdot\frac{1}{6}=5$$

$$2x+\frac{15}{6}=5$$

$$2x+\frac{5}{2}=5$$

$$4x+5=10$$

$$4x=10-5$$

$$4x=5$$

$$x=\frac{5}{4}$$

Solución

$$\boxed{\begin{array}{c} x=\dfrac{5}{4} \\ y=\dfrac{1}{6} \end{array}}$$

Comprobación

$$4\cdot 3+9\cdot(-2)=12-18=-6$$

$$6\cdot 3-5\cdot(-2)=18+10=28$$

c.q.c.

## EJERCICIOS

1. Resuelve por el método de sustitución:

a) $\left.\begin{array}{l} 3x - y = 5 \\ 2x + 3y = 7 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} 3x + 4y = -1 \\ 2x + 5y = 4 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} 10x + 15y = 4 \\ 6x - 5y = -6 \end{array}\right\}$

2. Resuelve por el método de igualación:

a) $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 1 \\ 5x - 3y = 8 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} x - 2y = -5 \\ 3x + y = 6 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} 12x + 20y = -5 \\ -8x - 6y = 7 \end{array}\right\}$

3. Resuelve por el método de reducción:

a) $\left.\begin{array}{l} 3x - 2y = -4 \\ 2x + 5y = -9 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} 6x + 5y = 23 \\ -4x + y = -11 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} 4x + 3y = 3 \\ 6x + 6y = 7 \end{array}\right\}$

4. Resuelve:

a) $\left.\begin{array}{l} 3(x+4) = 4(y-1) \\ 6x - 4 = 4y - 4 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} 3x - 2(3y-8) = 1 \\ 2(3-x) + y - 2 = 2 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+y}{4} - \dfrac{x-y}{2} = 1 \\ 3x - \dfrac{2y}{3} = 13 \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{2(x-3)}{3} - \dfrac{3(y-2)}{6} = 1 \\ \dfrac{x-2}{2} + 2(3-y) = 0 \end{array}\right\}$

## SOLUCIONES

1. a) $(2,1)$ b) $(-3,2)$ c) $\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{5}\right)$

2. a) $(1,-1)$ b) $(1,3)$ c) $\left(-\frac{5}{4},\frac{1}{2}\right)$

3. a) $(-2,-1)$ b) $(3,1)$ c) $\left(-\frac{1}{2},\frac{5}{3}\right)$

4. a) $\left(\frac{16}{3},8\right)$ b) $(5,3)$ c) $(3,4)$ d) $(6,4)$